Співак С. Аналіз ефективності інвестицій методом інтервальної параметризації / Співак С. // Галицький економічний вісник. — 2010. — №4(29). — с.171-177 - (інформаційно-аналітичне забезпечення підприємницької діяльності)

УДК 339.24

Сергій СПІВАК

АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНОСТІ ІНВЕСТИЦІЙ МЕТОДОМ ІНТЕРВАЛЬНОЇ ПАРАМЕТРИЗАЦІЇ

Резюме. *Запропоновано модель розв'язку інтервальних задач аналізу інвестиційних проектів. Проаналізовано використання апарату нечітких інтервальних обчислень для вирішення завдань фінансового бюджетування в умовах невизначеності.*

The summary. *As a result of the conducted research the model of decision of interval tasks of analysis of investment projects is offered. The analysis of the use of vehicle of unclear interval calculations is conducted for decision of tasks of the financial budgeting in the conditions of vagueness.*

Ключові слова: *інвестиції, моделювання, інтервальна модель, прогнозування, інтервальна параметризація.*

Постановка проблеми. Одним із аспектів діяльності будь-якої будівельної організації, керівництво якої віддає перевагу рентабельності в довготерміновій перспективі, є інвестування. В умовах ринкової економіки, коли можливостей для інвестування досить багато, а вільні фінансові ресурси організації обмежені, керівникам необхідно планувати рух фінансових коштів. Процес управління фінансами фірми спирається на інвестиційну політику й управління джерелами засобів. Інвестиційна діяльність характеризується іммобілізацією фінансових ресурсів компанії та здійснюється в умовах ризику і невизначеності, міра якої може значно варіюватися.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В основі процесу ухвалення управлінських рішень з інвестування лежить оцінка і порівняння обсягу передбачуваних інвестицій, їх вартості і майбутніх прогнозованих прибутків, приведених до одного моменту часу. Переважна частина компаній має справу не з окремими проектами, а з портфелем інвестицій. Відбір і реалізація проектів з цього портфеля здійснюється в рамках складання бюджету капіталовкладень в умовах динамічного ризику.

Дані проблеми інвестиційної діяльності досліджувалися в працях таких вітчизняних вчених, як З.Н. Борисенко, І.О. Бланк, А.Ф. Гойко, З.В. Задорожний, Я.Д. Крупка, Л.А. Лахтіонова, Б.М. Литвин, Т.В. Майорова, А.А. Пересада, М.С. Пушкар, В.В. Сопко, В.Я. Шевчук, С.І. Шкарабан та ін. Ці ж питання розглядають і зарубіжні вчені, зокрема: В.В. Бочаров, А.Б. Ідрісов, В.В. Ковальов, В.Н. Лівшіц, І.В. Ліпсіц, А.Б. Німчинський, І.А. Ніконова, М.І. Рімер, Д.Е. Старік, У.Ф. Шарп та інші.

Бюджетування інвестиційного проекту базується на аналізі деяких фінансових параметрів. У випадку реальних інвестицій розробляється система кошторисів, реалізація яких займає тривалий час (більше двох років). У таких випадках опис невизначеності за допомогою відомих ймовірнісних моделей неможливий через відсутність достовірної вірогідності майбутніх подій. Тому доцільно використовувати інтервальні та нечіткі методи аналізу.

Мета даної роботи полягає в дослідженні моделей інтервального оцінювання фінансових параметрів проекту – чистої приведенної вартості *NPV*, внутрішньої норми прибутковості *IRR*, а також кількісної оцінки інвестиційного ризику. Як правило, для оцінки інвестиційних проектів використовуються такі показники: *NPV* (чиста приведена вартість), *IRR* (внутрішня норма прибутковості), *PB* (період окупності) і *PI* (індекс рентабельності). На практиці ці параметри мають різну значущість, але, на думку багатьох дослідників, найважливішими є *NPV* і *IRR.*

Чисту приведену вартість розраховують за формулою

$$NVP = \sum_{t=t_n}^{T} \frac{P_t}{(1+d)^t} - \sum_{t=0}^{t_c} \frac{KV_t}{(1+d)^t}, \tag{1}$$

де d – ставка дисконтування; t_n – рік початку проекту; t_c – рік закінчення інвестування; KV_t – капітальні вкладення в році t; P_t – прибуток в році t; T – тривалість інвестиційного проекту в роках [1, с. 123].

Зазвичай ставка дисконтування дорівнює середній банківській ставці за вкладами в країні інвестора або іншому значенню прибутковості альтернативних капітальних вкладень в інші проекти.

Економічну природу внутрішньої норми прибутковості можна пояснити таким чином: альтернативою інвестицій в аналізований проект є депозитний банківський вклад під певний відсоток. Передбачається, що усі прибутки, які отримують в період реалізації проекту, також поповнюватимуть депозит з тією ж процентною ставкою. Якщо ставка дисконтування рівна *IRR*, то інвестування в проект дає ту ж прибутковість, що й депозитний банківський вклад. Якщо дійсна банківска дисконтна ставка менше *IRR*, то інвестування прийнятніше. Таким чином, *IRR* – дисконтна ставка, яка відбирає ефективні і неефективні інвестиційні проекти, при якій сума вхідних грошових потоків дорівнює сумі вихідних. Значення *IRR* – це рішення нелінійного рівняння відносно d виду

$$\sum_{t=t_n}^{T} \frac{P_t}{(1+d)^t} - \sum_{t=0}^{t_c} \frac{KV_t}{(1+d)^t} = 0. \qquad (2)$$

Оцінка *IRR* часто використовується на першому кроці фінансового аналізу. Але для подальшого розгляду вибирають тільки проекти зі значенням *IRR*, яке лежить вище прийнятного порогового значення (зазвичай 15–20 %).

Сьогодні традиційні підходи до оцінки *NPV*, *IRR* та інших фінансових параметрів піддаються досить суворій критиці, оскільки майбутні доходи P_t, капітальні вкладення KV_t і ставка d є параметрами, які не можуть бути адекватно описані в імовірнісних термінах. Реально інвестори можуть достовірно передбачити тільки можливі інтервальні значення P_t, KV_t і d, а також найймовірнішого значення усередині інтервалів.

Розглянемо приклад однорічного проекту, в якому інвестиції надходять на початку року, а дохід отримується в кінці року, після завершення будівництва та передавання його замовнику. В цьому випадку рівняння (2) матиме вигляд

$$\frac{P_1}{(1+d)} - KV_0 = 0, \qquad (3)$$

де KV_0 – звичайне число, оскільки сума інвестицій зазвичай є визначена, P_1 – нечіткий інтервал. Зазначимо, що P_1 є чітким інтервалом. Звідси розв'язок задачі має вигляд

$$IRR = \frac{P_1}{KV_0} - 1. \qquad (4)$$

Отримані результати. Розглянемо різні інтервальні розширення початкової задачі (3).

Пряме інтервальне розширення (3) є очевидним і має вигляд

$$\frac{[P_{11}, P_{12}]}{(1+[d_1, d_2])} - KV_0 = [0{,}0]. \qquad (5)$$

З рівняння (5) отримуємо рівняння для знаходження меж інтервалу *NPV*

$$\begin{aligned} &\frac{P_{11}}{(1+d_2)} - KV_0 = 0, \\ &\frac{P_{12}}{(1+d_1)} - KV_0 = 0, \end{aligned} \qquad (6)$$

де

$$d_1 = \frac{P_{12}}{KV_0} - 1, \;\; d_2 = \frac{P_{11}}{KV_0} - 1. \qquad (7)$$

Таким чином, у даному випадку підстановка виродженого нульового інтервалу в праву частину (5) еквівалентна вимозі скорочення невизначеності лівої частини рівняння до нуля.

У загальному випадку інтервального розширення вихідного рівняння (2) матимемо

$$\sum_{t=t_n}^{T} \frac{[P_t]}{(1+[d])^t} - \sum_{t=0}^{t_c} \frac{[KV_t]}{(1+[d])^t} = [0,0], \qquad (7)$$

де $[P_t]$ і $[KV_t]$ – чіткі інтервали.

Наявність у правій частині (7) виродженого нульового інтервалу не дозволяє отримати адекватні результати.

Існує різниця в інтервальних значеннях потоків, що входять в рівняння і виходять з нього (2). Оскільки *IRR* – ставка дисконтування, при якій *NPV*=0, то в інтервальному випадку різниця між інтервальними значеннями дисконтованих потоків, що входять і виходять, повинна дорівнювати різниці між однаковими інтервалами. Відповідно до основних положень інтервальної арифметики, це означає, що результати мають бути симетричними, тобто невиродженими. Тоді рівняння (3) може бути представлене у вигляді

$$\frac{[P_1, P_2]}{1+[d_1, d_2]} - KV_0 = [-y, y]. \qquad (8)$$

У правій частині рівняння (8) стоїть симетричний інтервал [-*y, y*], який містить 0, де *y* – деяке позитивне число, що характеризує невизначеність ставок дисконту в лівій частині рівняння.

Перетворимо ліву частину (8) у відповідності з правилами інтервальної арифметики

$$\left[\frac{P_1}{1+d_2} - KV_0, \frac{P_2}{1+d_1} - KV_0\right] = [-y, y]. \qquad (9)$$

Рівняння (9) еквівалентне рівності двох інтервалів, де ліві і праві межі цих інтервалів мають бути рівні, а саме,

$$\begin{cases} \dfrac{P_1}{1+d_2} - KV_0 = -y, \\ \dfrac{P_2}{1+d_1} - KV_0 = y. \end{cases} \qquad (10)$$

Система (10) містить 3 невідомих. Сумуючи ліві та праві частини, отримаємо рівняння, що зв'язує ліву d_1 і праву d_2 границі інтервалу *IRR*:

$$d_2 = \frac{P_1}{2KV_0 - \dfrac{P_2}{1+d_1}} - 1. \qquad (11)$$

Оскільки алгебраїчний еквівалент (3) – рівняння

$$P_1 - KV_0(1+d) = 0, \tag{12}$$

то, аналогічно, рівняння (10) можна розглядати у такому вигляді

$$[P_1, P_2] - KV_0(1+[d_1, d_2]) = [-y, y], \tag{13}$$

розв'язуючи яке, отримаємо

$$d_2 = \frac{P_1 + P_2}{KV_0} - 2 - d_1. \tag{14}$$

Аналізуючи рівняння (9) і (13), легко помітити, що при $d_1 \leq d_2$ мінімальні значення y, тобто мінімальна невизначеність лівих частин інтервальних рівнянь, досягається, коли

$$d_1 = d_2 = \frac{P_1 + P_2}{2 - KV_0} - 1. \tag{15}$$

Заміщення невиродженого інтервалу на вироджений знижує загальну невизначеність отриманого результату. Таким чином, рівняння (15) визначає верхню межу можливих значень d_1 і d_2 для даного випадку, рівняння (11) і (14) можуть бути використані для отримання обмеженого нечіткого інтервалу з умовою

$$0 \leq d_1 \leq d_2, \tag{16}$$

яка відображає вимоги для інтервалу $IRR=[d_1, d_2]$ і позитивність значення ставки дисконту.

Зрозуміло, що коли d_1=0, то d_2 набуває максимального значення, і інтервал $[d_1, d_2]$ має максимальну ширину, а міра невизначеності набуває максимального значення $y=y_{max}$. Коли d зростає від 0 до максимального значення рівняння (15), ширина інтервалу $[d_1, d_2]$ прагне до 0, і одночасно y падає до деякого мінімального значення y_{min}. Тому значення $\mu(y) = \dfrac{y}{y_{\max} - y_{\min}}$ функції, розраховане для інтервалу $[d_1, d_2]$, відображає міру його невизначеності. Відповідно $\mu(y)$ можна розглядати як функцію належності для деякого нечіткого інтервального розв'язання задачі.

Результат розв'язку задачі з використанням альтернативних варіантів інтервальних розширень (9) і (13) для різних інвестиційних проектів зображено на рисунку 1, він показує, що значення IRR, знайдені як розв'язок рівняння (13), мають форму нечітких кінцевих інтервалів з лінійними сторонами, тоді як розв'язок рівняння (9) може містити нескінченні інтервали. Разом з цим, використання рівняння (13) забезпечує отримання близьких нечітких інтервальних результатів. Усе вищесказане означає, що доцільніше використовувати нечітке інтервальне розширення у вигляді рівняння (13).

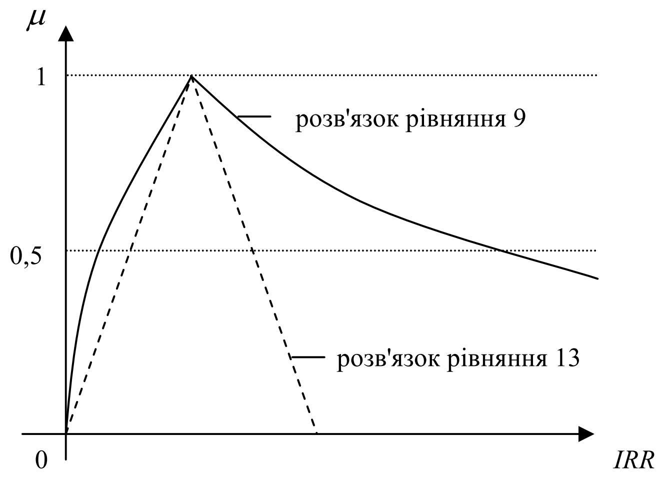

Рис. 1. Нечіткі інтервали IRR

Отримані інтервальні розв'язки можна використовувати для аналізу інвестиційного ризику або для подальшого аналізу інвестиційного проекту.

Розглянемо метод розв'язку нелінійних задач розрахунку нечіткого інтервального значення *IRR*. Перепишемо рівняння (2) у вигляді

$$\sum_{t}^{T} P_t(1+d)^{T-t} - KV_0(1+d)^T = 0. \tag{17}$$

Інтервал, еквівалентний рівнянню (17), має вигляд

$$\sum_{t=1}^{T}[P_{1t}, P_{2t}][1+d_1, 1+d_2]^{T-t} - KV_0[1+d_1, 1+d_2]^T = [-y, y], \tag{18}$$

де P_{1t}, P_{2t} – значення лівої і правої меж інтервалів, що описують вхідні потоки в році *t*.

Перетворюючи (18) у відповідності з правилами інтервального аналізу, отримаємо

$$\left[\sum_{t=1}^{T} P_{1t}(1+d_1)^{T-t} - KV_0(1+d_2)^T, \sum_{t=1}^{T} P_{2t}(1+d_2)^{T-t} - KV_0(1+d_1)^T = [-y, y]\right] \tag{19}$$

Рівняння (19) задає еквівалентність двох інтервалів, що означає рівність їх лівих і правих меж.

Система двох рівнянь (19) має три невідомі. Сумуючи ліву і праву частини рівнянь, отримаємо

$$\sum_{t=1}^{T} P_{1t}(1+d_1)^{T-t} - KV_0(1+d_2)^T + \sum_{t=1}^{T} P_{2t}(1+d_2)^{T-t} - KV_o(1+d_1)^T = 0. \tag{20}$$

Оскільки під *IRR* розуміють значення ставки дисконтування, при якій *NPV* проекту дорівнює нулю: *IRR* = $[d_1, d_2]$, при якому *NPV = 0*, то для вирішення даного рівняння будується графік *NPV = f(d)* і знаходиться перетин функції з віссю абсцис (рис. 2).

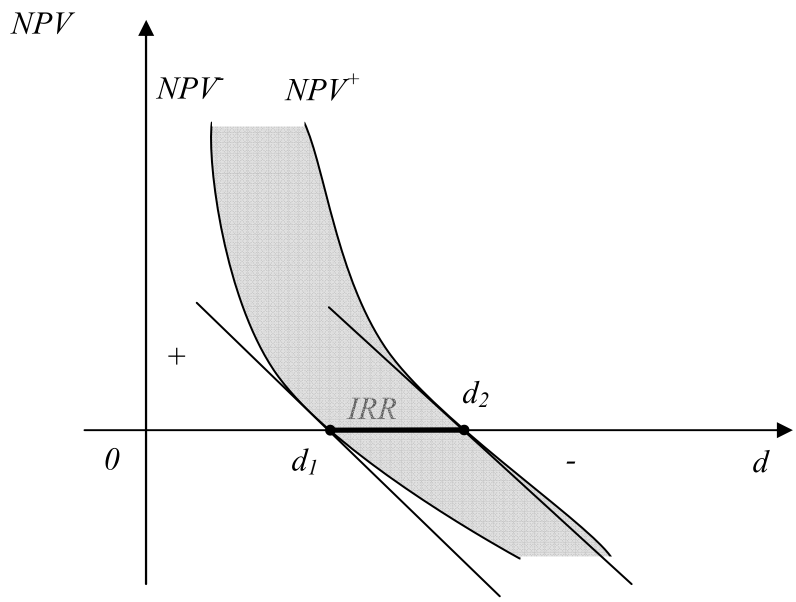

Рис. 2. Графічний спосіб визначення IRR

Для знаходження розв'язку задачі доцільно використати інтервальний метод Ньютона [2, с. 232]. Нехай d^* – корінь рівняння (20), тоді інтервальний метод Нютона матиме вигляд

$$mid\, d^{t+1} = (mid\, d^t - NPV(mid\, d^t)\,/\,NPV'(mid\, d^t), \tag{21}$$

де *mid d* – середина (півсума) інтервалу.

Послідовність $\{d^t\}$ розраховують за формулою (21) і вона має такі властивості:

$$d^0 \supset d^1 \supset d^2 ...,$$
$$\lim_{t \to \infty} d^t = d^*,\; d^* \in d^t, \forall t.$$

Таким чином, можна запропонувати такий алгоритм інтервального аналізу інвестиційного проекту:

Крок 1. Отримання експертних прогнозів про грошові потоки.

Крок 2. Перетворення отриманих даних в інтервальну форму.

Крок 3. Вибір ширини інтервалу наближення для балансового рівняння грошових потоків.

Крок 4. Перехід до математичного представлення балансового рівняння.

Крок 5. Обчислення інтервальних значень спостережень *IRR*.

Крок 6. Вибір оптимального рішення на підставі компромісу між допустимими ризиками і прогнозованим доходом.

Висновок. Запропоновано модель розв'язання актуальної задачі фінансового бюджетування в умовах невизначеності, засновану на інтервальній параметризації початкових даних. Проведено аналіз застосування апарату нечітких інтервальних обчислень, який показав, що зведення нечіткого інтервальної задачі до множини інтервальних задач дозволяє отримати достовірне рішення. Запропоновано алгоритм розв'язку інтервальних задач, який дозволяє отримувати можливі межі шуканих рішень.

Використана література

1. Гойко А.Ф. Методи оцінки ефективності інвестицій та пріоритетні напрями їх реалізації / А.Ф. Гойко. – Київ: ВІРА-Р, 1999. – 320 с.

2. Babusiaux D. Capital budgeting, project valuation and financing mix: Methodological proposals/D.Babusiaux, A.Pierru//Europian Journal of Operational Research. – 2001. – № 135. – P. 326–337.